МАТЕМАТИКА

$$a^2+bx+c=0$$
$$D=b^2-4ac$$

Г. Г. Левитас

Карточки для коррекции знаний

8-9 классы

Г. Г. Левитас

КАРТОЧКИ

ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ЗНАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

для 8–9 классов

«ИЛЕКСА»
Москва
2000

Левитас Г. Г.

Карточки для коррекции знаний по математике для 8—9 классов.— М.: Илекса, 2000.— 56 с.
ISBN 5-89237-036-4

Вашему вниманию предлагается система карточек для коррекции знаний по курсу алгебры 8–9 классов.

Карточки охватывают ключевые вопросы курса. Каждая посвящается одному отдельному вопросу и состоит из трёх частей: инструкции (формулировка правил), образца применения этой инструкции и трех разделов заданий для учащихся.

Карточки предназначены для дополнительных занятий с учащимися (в классе или дома). Если ученик на таком занятии правильно выполнил первый из трёх разделов заданий, этого достаточно. Если же он не смог этого сделать, то учитель должен объяснить ему материал и дать задание из следующего раздела. Если и эти задания ученик не сможет выполнить, объяснения продолжаются и решаются остальные задания.

ЛР № 064344 от 9.12.95.
Печать офсетная. Формат 70×90/16.
Тираж 10 000 экз. Заказ 2939

ООО «Илекса», 121354, г. Москва, а/я 282.
Заказы по телефонам: в Москве (095) 365-30-55

Ордена Трудового Красного Знамени
ГУП Чеховский полиграфический комбинат
Министерства Российской Федерации по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
142300, г. Чехов Московской области
Тел. (272) 71-336. Факс (272) 62-536

ISBN 5-89237-036-4

© Левитас Г. Г., 1999
© ООО «Илекса», 1999

Карточка № 1. Основное свойство дроби

ПРАВИЛО	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$ для допустимых значений переменных.	**Задача 1.** Сократить дробь $\frac{ab-bc}{a^2-2ac+c^2}$. *Решение:* $\frac{ab-bc}{a^2-2ac+c^2}=\frac{b(a-c)}{(a-c)^2}=\frac{b}{a-c}$. **Задача 2.** Привести дробь $\frac{a}{x-y}$ к знаменателю x^2-y^2. *Решение:* $\frac{a}{x-y}=\frac{a(x+y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{ax+ay}{x^2-y^2}$.	**Сократить дроби:** 1) $\frac{ax}{ay}$; 2) $\frac{7(x^2+2xy+y^2)}{3x+3y}$; 3) $\frac{b^2-4c^2}{b^2-4bc+4c^2}$. **Привести дроби к общему знаменателю:** 4) $\frac{m}{n}$ и $\frac{a}{b}$; 5) $\frac{3}{ax+ay}$ и $\frac{2}{x-y}$. **Сократить дроби:** 6) $\frac{mn}{mp}$; 7) $\frac{-a^2+2ab-b^2}{2a-2b}$; 8) $\frac{4c^2-1}{1-4c+4c^2}$. **Привести дроби к общему знаменателю:** 9) $\frac{x}{y}$ и $\frac{p}{q}$; 10) $\frac{2}{3x-3y}$ и $\frac{4}{x+y}$. **Сократить дроби:** 11) $\frac{by}{cy}$; 12) $\frac{3(m^2+2m+1)}{3x+3y}$; 13) $\frac{9c^2-4}{9c^2-12c+4}$. **Привести дроби к общему знаменателю:** 14) $\frac{a}{c}$ и $\frac{4}{d}$; 15) $\frac{1}{2p+2q}$ и $\frac{2}{p-q}$.

Карточка № 2. Сложение и вычитание дробей с общим знаменателем

ПРАВИЛА	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$, если $b\neq 0$; $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$, если $b\neq 0$.	$\frac{a}{(a+b)^2}+\frac{b}{(a+b)^2}=$ $=\frac{a+b}{(a+b)^2}=\frac{1}{a+b}$; $\frac{c}{c^2-d^2}-\frac{d}{c^2-d^2}=$ $=\frac{c-d}{c^2-d^2}=\frac{1}{c+d}$.	**Найти суммы и разности:** 1) $\frac{a+b}{5}-\frac{a}{5}$; 2) $\frac{m-n}{a}+\frac{m+n}{a}$; 3) $\frac{a^2}{a+b}-\frac{b^2}{a+b}$; 4) $\frac{c^2+d^2}{c-d}-\frac{2cd}{c-d}$; 5) $\frac{x}{x^2-y^2}-\frac{y}{x^2-y^2}$; 6) $\frac{a+b}{4}-\frac{b}{4}$; 7) $\frac{x-y}{3c}+\frac{x+y}{3c}$; 8) $\frac{x^2}{x-y}-\frac{y^2}{x-y}$; 9) $\frac{m^2+n^2}{m+n}+\frac{2mn}{m+n}$; 10) $\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{b}{a^2-b^2}$; 11) $\frac{x-y}{2}+\frac{y}{2}$; 12) $\frac{c+d}{2a}-\frac{c-d}{2a}$; 13) $\frac{a^2}{a-b}-\frac{b^2}{a-b}$; 14) $\frac{a^2+c^2}{a-c}-\frac{2ac}{a-c}$; 15) $\frac{p}{p^2-q^2}+\frac{q}{p^2-q^2}$.

Карточка № 3. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
1) Найти общий знаменатель. 2) Выполнить действия.	$\frac{x}{(a-b)^2}+\frac{y}{a^2-b^2}$; 1) Общий знаменатель: $(a-b)^2(a+b)$, 2) $\frac{x}{(a-b)^2}+\frac{y}{a^2-b^2}=$ $=\frac{x(a+b)}{(a-b)^2(a+b)}+$ $+\frac{y(a-b)}{(a-b)^2(a+b)}=$ $=\frac{ax+bx+ay-by}{(a-b)^2(a+b)}$. *Краткая запись:* $=\frac{x^{\diagdown\,a+b}}{(a-b)^2}+\frac{y^{\diagdown\,a-b}}{(a-b)(a+b)}=$ $=\frac{ax+bx+ay-by}{(a-b)^2(a+b)}$.	**Найти суммы и разности дробей:** 1) $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}$; 2) $\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-c}{b-a}$; 3) $\frac{2b^2+3ax}{bx}-\frac{ab+5bx}{ax}$; 4) $\frac{1}{a^2b^3}-\frac{1}{a^2b^3}$; 5) $\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{b}{(a-b)^2}$; 6) $\frac{m}{5}-\frac{n}{6}$; 7) $\frac{x+2}{x-y}+\frac{x-3}{y-x}$; 8) $\frac{5a^2-b^2}{ab}-\frac{3a-2b}{b}$; 9) $\frac{1}{x^3y^2}-\frac{1}{x^3y^2}$; 10) $\frac{c}{(a+b)^2}+\frac{d}{a^2-b^2}$; 11) $\frac{c}{3}-\frac{d}{2}$; 12) $\frac{m+n}{m-n}+\frac{m-n}{n-m}$; 13) $\frac{3c^2+5ab}{ac}+\frac{b^2-3ac}{bc}$; 14) $\frac{1}{a^2c^4}-\frac{1}{a^3c^3}$; 15) $\frac{x}{a^2-b^2}+\frac{y}{(a-b)^2}$.

Карточка № 4. Умножение дробей. Возведение дроби в степень

ПРАВИЛА	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ при допустимых значениях переменных; $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ при $b\neq 0$.	$\frac{3a^2-6ab}{a^2+3b^2}\cdot\frac{a^4-9b^4}{21(a-2b)^2}=$ $=\frac{(3a^2-6ab)(a^4-9b^4)}{(a^2+3b^2)\cdot 21(a-2b)^2}=$ $=\frac{a(a^2-2b^2)}{7(a-2b)}$; $\frac{2a}{28b^2}\cdot 35ab=\frac{2a\cdot 35ab}{28b^2}=$ $=\frac{5a^2}{2b}$; $\frac{35^2}{25^2}=\left(\frac{35}{25}\right)^2=\left(\frac{7}{5}\right)^2=$ $=1{,}4^2=1{,}96$.	**Найти произведение дробей:** 1) $\frac{6x}{14b}\cdot\frac{7}{3}$; 2) $8a^2b^4\cdot\frac{-3a}{4b^3}$; 3) $\frac{a^2-ab}{b}\cdot\frac{b^2}{a}$; 4) $\frac{a^2b-4b^3}{3ab^2}\cdot\frac{a^2b}{a^2-2ab}$. **Вычислить:** 5) $\frac{6^3}{3^3}$. **Найти произведение дробей:** 6) $\frac{5a}{12b}\cdot\frac{2}{5}$; 7) $-9x^2y^4\cdot\frac{2x}{3y^3}$; 8) $\frac{ab+b^2}{9}\cdot\frac{3a}{b^2}$; 9) $\frac{x^2-xy}{x^2+xy}\cdot\frac{x^2y+xy^2}{xy}$. **Вычислить:** 10) $\frac{8^3}{4^3}$. **Найти произведение дробей:** 11) $\frac{2c}{5d}\cdot\frac{5}{8}$; 12) $4m^2n^3\cdot\frac{-7m}{4n^4}$; 13) $\frac{a^2-b^2}{a^2}\cdot\frac{b^2}{a}$; 14) $\frac{x^2-4y^2}{x^2-xy}\cdot\frac{x-y}{x^2+2xy}$. **Вычислить:** 15) $\frac{36^3}{18^3}$.

Карточка № 5. Деление дробей

ПРАВИЛО	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$ при допустимых значениях переменных.	$\frac{x^2+xy}{5x^2-5y^2}:\frac{x^2-xy}{3x^3+3y^3}=$ $=\frac{(x^2+xy)(3x^3+3y^3)}{(5x^2-5y^2)(x^2-xy)}=$ $=\frac{x(x+y)\cdot 3(x^3+y^3)}{5(x-y)(x+y)\cdot x(x-y)}=$ $=\frac{3(x^3+y^3)}{5(x-y)^2};$ $\frac{12xy}{25z}:8x^2=\frac{12xy}{25z\cdot 8x^2}=\frac{3y}{50xz}.$	**Найти частное дробей:** 1) $\frac{4x}{21y^2}:\frac{6x^2}{7y}$; 2) $-\frac{18a^2b^2}{5cd}:\frac{6ab^3}{5c^2d^4}$; 3) $\frac{x^2-y^2}{6x^2y^2}:\frac{x+y}{3xy}$; 4) $\frac{4p^2-9q^2}{p^2q^2}:\frac{2ap+3aq}{2pq}$; 5) $\frac{x^2-16}{x^2-5x}:\frac{x^2-25}{x^2+4x}$; 6) $5c:\frac{25c}{d}$; 7) $\frac{2ax}{yz}:\frac{3bx}{ay}$; 8) $\frac{x^2+xy}{x}:\frac{xy+y^2}{y}$; 9) $\frac{3m^2-3n^2}{m^2p}:\frac{6m-6n}{mp}$; 10) $\frac{c+d}{c-d}:\frac{c^2+cd}{2c^2-2d^2}$; 11) $\frac{12xy}{25z}:8xy^2$; 12) $\frac{8b^2cd}{9a^2}:\frac{7cd}{12a^3}$; 13) $\frac{a^2-25}{a^2-3a}:\frac{a^2+5a}{a^2-9}$; 14) $\frac{x^2}{x^2+xy}:\frac{xy}{xy+y^2}$; 15) $\frac{a^4-b^4}{a^3-b^3}:\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

Карточка № 6. Свойства квадратных корней

ПРАВИЛА	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$; $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.	**Упростить:** а) $\sqrt{3600}$, б) $\sqrt{\frac{36}{49}}$, в) $\sqrt{a^2b}$, г) $\left(\sqrt{-x}\right)^2+\sqrt{x^2}$. ***Решение:*** а) $\sqrt{3600}=\sqrt{36\cdot100}=$ $=\sqrt{36}\cdot\sqrt{100}=6\cdot10=60$; б) $\sqrt{\frac{36}{49}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}=\frac{6}{7}$; в) $\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b}=\lvert a\rvert\cdot\sqrt{b}$; г) $\left(\sqrt{-x}\right)^2+\sqrt{x^2}=-x+\lvert x\rvert$, и так как подкоренное выражение $-x$ неотрицательно, то $x\le0$, и $\lvert x\rvert=-x$. Окончательно получаем ответ: $-2x$.	**Упростить:** 1) $\sqrt{25\cdot64}$; 2) $\sqrt{8100}$; 3) $\sqrt{\frac{64}{81}}$; 4) $\sqrt{cd^2}$; 5) $\left(\sqrt{b}\right)^2-\sqrt{b^2}$; 6) $\sqrt{100\cdot4}$; 7) $\sqrt{490000}$; 8) $\sqrt{0{,}25}$; 9) $\sqrt{3\cdot x^4}$; 10) $\sqrt{m^2}-\left(\sqrt{-m}\right)^2$; 11) $\sqrt{81\cdot36}$; 12) $\sqrt{640000}$; 13) $\sqrt{0{,}0016}$; 14) $\sqrt{a^2b^4}$; 15) $\sqrt{d^2}+\left(\sqrt{d}\right)^2$.

Карточка № 7. Вынесение множителя из-под знака корня

ПРАВИЛА	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ при $a\ge 0,\ b\ge 0$;	$\sqrt{18}=\sqrt{2\cdot 9}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{9}=3\sqrt{2}$;	**Вынести множитель из-под знака корня:**
$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$.	$\sqrt{x^6}=\sqrt{(x^3)^2}=\lvert x^3\rvert$;	1) $\sqrt{12}$; 2) $\sqrt{5a^2}$;
	$\sqrt{y^4}=\sqrt{(y^2)^2}=\lvert y^2\rvert=y^2$ (так как $y^2\ge 0$);	3) $\sqrt{8y^2}+\sqrt{9x^2}$, где $x>0,\ y<0$;
	$\sqrt{z^7}=\sqrt{z^6 z}=\sqrt{z^6}\sqrt{z}$, так как по условию $z^7\ge 0$, откуда $z\ge 0$. Но $\sqrt{z^6}=\lvert z^3\rvert$, а так как $z\ge 0$, то $\lvert z^3\rvert=z^3$. Итак, $\sqrt{z^7}=z^3\sqrt{z}$.	4) $\sqrt{64x^4}$; 5) $\sqrt{16a^3}$;
		6) $\sqrt{20}$; 7) $\sqrt{3b^2}$;
		8) $\sqrt{200c^2}-\sqrt{d^2}$, где $c<0, d>0$;
		9) $\sqrt{49t^8}$; 10) $\sqrt{36p^3}$;
		11) $\sqrt{72}$; 12) $\sqrt{2m^2}$;
		13) $\sqrt{50p^2}+\sqrt{q^2}$, где $p<0,\ q>0$;
		14) $\sqrt{81b^4}$; 15) $\sqrt{49a^3}$.

Карточка № 8. Внесение множителя под знак корня

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
Чтобы внести множитель под знак корня, нужно 1) удвоить его показатель степени, 2) если этот множитель отрицателен, поменять знак полученного выражения.	Заменить выражение $a\sqrt{b}$ квадратным корнем или выражением, ему противоположным. *Решение:* если $a \geq 0$, то $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$, если же $a \leq 0$, то $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$. В первом случае получился квадратный корень, а во втором – выражение, противоположное квадратному корню.	**Заменить выражение квадратным корнем или противоположным ему выражением:** 1) $2\sqrt{3}$; 2) $-0{,}5\sqrt{2}$; 3) $x\sqrt{y}$, где $x > 0$; 4) $a\sqrt{a}$; 5) $m^2\sqrt{m}$; 6) $-3\sqrt{2}$; 7) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$; 8) $y\sqrt{x}$, где $y < 0$; 9) $b\sqrt{-b}$; 10) $n\sqrt{n^2}$; 11) $5\sqrt{2}$; 12) $0{,}1\sqrt{5}$; 13) $c^2\sqrt{d}$; 14) $-t\sqrt{-t}$; 15) $a\sqrt{a^2}$.

Карточка № 9. Решение неполных квадратных уравнений

ПРАВИЛО	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
Уравнение вида $ax^2=0$ решается так: $ax^2=0$, $x^2=0$ (так как $a\neq 0$), $x=0$. Уравнение вида $ax^2+bx=0$ решается так: $ax^2+bx=0$, $x(ax+b)=0$, $x=0$ или $ax+b=0$, $x=0$ или $x=-\frac{b}{a}$. Уравнение вида $ax^2+c=0$ решается так: $ax^2+c=0$, $ax^2=-c$, $x^2=-\frac{c}{a}$, так как $a\neq 0$; если $-\frac{c}{a}<0$, корней нет; если $-\frac{c}{a}=0$, то $x=0$; если $-\frac{c}{a}>0$, то $x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.	**Решить уравнения:** а) $2x^2+8=0$, б) $3x^2-2x=0$, в) $7x^2-8=0$, г) $6x^2=0$. ***Решение:*** а) $2x^2+8=0$ — уравнение вида $ax^2+c=0$; $2x^2+8=0$, $2x^2=-8$, $x^2=-4$. ***Ответ:*** корней нет. б) $3x^2-2x=0$ — уравнение вида $ax^2+bx=0$; $3x^2-2x=0$, $x(3x-2)=0$, $x=0$ или $3x-2=0$, $x=0$ или $x=\frac{2}{3}$. ***Ответ:*** $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. в) $7x^2-8=0$ — уравнение вида $ax^2+c=0$; $7x^2-8=0$, $7x^2=8$, $x^2=\frac{8}{7}$, $x=\pm\sqrt{\frac{8}{7}}$. ***Ответ:*** $\left\{-\sqrt{\frac{8}{7}};\sqrt{\frac{8}{7}}\right\}$. г) $6x^2=0$ — уравнение вида $ax^2=0$; $6x^2=0$, $x^2=0$, $x=0$. ***Ответ:*** $\{0\}$.	**Решить уравнения:** 1) $3x^2+1=0$; 2) $-x^2+5x=0$; 3) $7x^2-14=0$; 4) $-x^2=0$; 5) $4(x-1)^2-16=0$; 6) $5x^2-5=0$; 7) $3x^2+6x=0$; 8) $2x^2+8=0$; 9) $4x^2=0$; 10) $5(x-2)^2-45=0$; 11) $2x^2+8=0$; 12) $2x^2-3x=0$; 13) $5x^2-10=0$; 14) $x^2=0$; 15) $3(x+1)^2-27=0$.

Карточка № 10. Решение квадратных уравнений по формуле

ПРАВИЛО	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
Чтобы решить по формуле квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, нужно: вычислить его дискриминант $D=b^2-4ac$; если $D<0$, записать ответ: корней нет; если $D=0$, вычислить единственный корень уравнения по формуле $x=-\frac{b}{2a}$; если $D>0$, вычислить два корня уравнения по формуле $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$.	**Решить уравнения:** а) $8x^2+4x+3=0$, б) $x^2-6x+9=0$, в) $5x^2-3x-2=0$. ***Решение:*** а) $8x^2+4x+3=0$; $D=4^2-4\cdot8\cdot3=-80<0$. ***Ответ:*** корней нет. б) $x^2-6x+9=0$; $D=6^2-4\cdot1\cdot9=0$. $x=\frac{6}{2}=3$. ***Ответ:*** $\{3\}$. в) $5x^2-3x-2=0$; $D=(-3)^2-4\cdot5\cdot(-2)=49>0$. $x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{49}}{10}=\frac{3\pm7}{10}$, $x_1=-0{,}4$, $x_2=1$. ***Ответ:*** $\{-0{,}4;1\}$.	**Решить уравнения:** 1) $3x^2+5x-8=0$; 2) $x^2+5x+10=0$; 3) $7x^2-14x+7=0$; 4) $-x^2+3x+4=0$; 5) $4(x-1)^2-16x=0$; 6) $5x^2+x-6=0$; 7) $3x^2+6x+3=0$; 8) $x^2+4x+5=0$; 9) $4x^2-11x-7=0$; 10) $5(x-2)^2-45x=0$; 11) $2x^2+7x-9=0$; 12) $2x^2-4x+2=0$; 13) $x^2-10x+30=0$; 14) $x^2+5x+6=0$; 15) $3(x+1)^2-27x=0$.

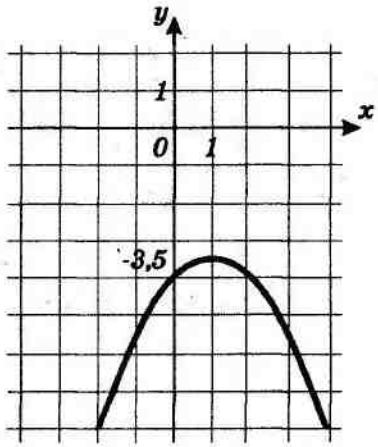
Карточка № 11. Решение числовых неравенств

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
При решении числовых неравенств можно: – переносить слагаемые из одной части неравенства в другую, изменяя знаки этих слагаемых; – делить обе части неравенства на одно и то же положительное число; – делить обе части неравенства на одно и то же отрицательное число, изменяя знак неравенства.	**Решить неравенство:** $-2(x-3) > 3(x+5)$. *Решение:* Раскроем скобки: $-2x+6 > 3x+15$, перенесём слагаемые с неизвестным влево, а слагаемые без неизвестных — вправо, меняя их знаки: $-2x-3x > 15-6$, приведем подобные: $-5x > 9$, разделим обе части неравенства на отрицательное число -5, меняя знак неравенства: $x < 1{,}8$. *Ответ:* $(-\infty, -1{,}8)$.	**Решить неравенства:** 1) $x+1 < 7$; 2) $3-x < 6$; 3) $2x-7 > x$; 4) $6-x < 8+x$; 5) $2(x-4) > 5-7x$; 6) $x+2 > 6$; 7) $2-x < 7$; 8) $3x-2 > 2x$; 9) $2-x < 7+x$; 10) $-(x+3) > 4-6x$; 11) $x-4 > 8$; 12) $5+x < 9$; 13) $-x+3 > x$; 14) $4+x < 4+2x$; 15) $-3(x+1) < 4-x$.

Карточка № 12. Разложение квадратного трехчлена на множители

ПРАВИЛО	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
Если у квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ есть корни x_1 и x_2, то квадратный трехчлен ax^2+bx+c можно разложить на множители: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$. Если у квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ нет корней, то квадратный трехчлен ax^2+bx+c нельзя разложить на множители. Если у квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ есть один корень x_1, то квадратный трехчлен ax^2+bx+c можно разложить на множители: $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$.	Следующие квадратные трехчлены разложить на множители, если это возможно: а) $2x^2-5x+2$, б) $9x^2+6x+1$, в) x^2-2x+3. *Решение*: а) Составим уравнение $2x^2-5x+2=0$, $D=9>0$, $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=2$. Значит, $2x^2-5x+2=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)$, что можно записать и так: $2x^2-5x+2=(2x-1)(x-2)$. б) $9x^2+6x+1=0$, $D=0$, $x_1=-\frac{1}{3}$. $9x^2+6x+1=9\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$, что можно записать и так: $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$. в) $x^2-2x+3=0$, $D=-8<0$, корней нет. Значит, трехчлен x^2-2x+3 нельзя разложить на множители.	Разложить на множители, если это возможно: 1) $3x^2+5x-8=0$; 2) $x^2+5x+10=0$; 3) $7x^2-14x+7=0$; 4) $-x^2+3x+4=0$; 5) $4(x-1)^2-16x=0$; 6) $5x^2+x-6=0$; 7) $3x^2+6x+3=0$; 8) $x^2+4x+5=0$; 9) $4x^2-11x-7=0$; 10) $5(x-2)^2-45x=0$; 11) $2x^2+7x-9=0$; 12) $2x^2-4x+2=0$; 13) $x^2-10x+30=0$; 14) $x^2+5x+6=0$; 15) $3(x+1)^2-27x=0$.

Карточка № 13. Построение графика квадратичной функции

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
Построить параболу $y=ax^2+bx+c$ можно так: 1) найти абсциссу вершины параболы по формуле $x_0=-\frac{b}{2a}$; 2) найти ординату вершины параболы по формуле $y_0=-\frac{D}{4a}$ или по формуле $y_0=ax_0^2+bx_0+c$; 3) при вершине (x_0, y_0) построить параболу $y=ax^2$.	Построить график $y=-0{,}5x^2+x-4$. 1) $x_0=1$; 2) $y_0=-3{,}5$; 3)  	**Построить графики:** 1) $y=x^2+5x-6$; 2) $y=x^2+5x$; 3) $y=-x^2+7$; 4) $y=x^2+2x+1$; 5) $y=x^2+x+1$; 6) $y=x^2-x-6$; 7) $y=3x^2+6x$; 8) $y=-x^2+5$; 9) $y=0{,}5x^2+x+0{,}5$; 10) $y=x^2-x+1$; 11) $y=x^2+6x+8$; 12) $y=2x^2-4x+2$; 13) $y=x^2-3x$; 14) $y=-x^2+4x-4$; 15) $y=x^2-2x+2$.

Карточка № 14. Решение систем уравнений

ПРАВИЛО	ОБРАЗЕЦ	ЗАДАНИЯ
Если одно из неизвестных в системе стоит в первой степени, то можно попытаться решить эту систему методом подстановки.	Решить систему: $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ x+y=7; \end{cases}$ *Решение*: Из второго уравнения $x=7-y$. Подставляем это выражение в первое уравнение вместо x: $(7-y)^2+y^2=25$, $2y^2-14y+24=0$, $y_1=3$, $y_2=4$. Подставляем y_1 и y_2 в уравнение $x=7-y$: $x_1=4$, $x_2=3$. *Ответ*: $\{(4;3),(3;4)\}$.	Решить системы: 1) $\begin{cases} x^2+y^2=5, \\ 6x+5y=-4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-x^2=0, \\ 2x-y+3=0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ y=x^2-6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=100, \\ y=0{,}5x^2-10; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} xy=6, \\ 2x-3y=6; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2+y^2=12, \\ y=x^2; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x^2+y^2=16, \\ x+y+2=0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} xy=8, \\ x+y+3=0; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} y=x^3, \\ y=0{,}5x^2-10; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ (x-10)^2+y^2=16; \end{cases}$ 11) $\begin{cases} x^2+y=5, \\ 5x+y=5; \end{cases}$ 12) $\begin{cases} y-x^2=0, \\ x+y=6; \end{cases}$ 13) $\begin{cases} y^2-x=-1, \\ x=y+3; \end{cases}$ 14) $\begin{cases} xy+x=-4, \\ x-y=6; \end{cases}$ 15) $\begin{cases} x^2-3y^2=52, \\ y-x=14. \end{cases}$

Карточка № 15. Арифметическая прогрессия

ФОРМУЛЫ

$a_{n+1} = a_n + d$;

$a_n = a_1 + d(n-1)$.

ОБРАЗЕЦ

Заполнить таблицу

	n	a_1	a_n	a_{n+1}	d
1)	5	–2			3
2)		7	21		2
3)	—	—	11	9	

Решение:

1) $a_n = a_1 + d(n-1)$, $a_{n+1} = a_n + d$,

$a_5 = -2 + 3 \cdot 4 = 10$, $a_6 = 10 + 3 = 13$.

2) $a_n = a_1 + d(n-1)$, $21 = 7 + 2(n-1)$,

откуда $n = 8$, $a_9 = 21 + 2 = 23$.

3) $a_{n+1} = a_n + d$,

$9 = 11 + d$, откуда $d = -2$.

Ответ:

	n	a_1	a_n	a_{n+1}	d
1)	5	–2	10	13	3
2)	8	7	21	23	2
3)	—	—	11	9	–2

ЗАДАНИЯ

Заполнить таблицу

	n	a_1	a_n	a_{n+1}	d
1)	—	—	–2		1
2)	—	—	6	4	
3)	4	5			1
4)	7		–1		–2
5)	7			–1	–2
6)	—	—	8		3
7)	—	—	5	2	
8)	5	4			2
9)	6		17		–3
10)	4			9	10
11)	—	—	5		7
12)	—	—	3	3	
13)	4	8			–1
14)	5		10		3
15)	8			6	2

Карточка № 16. Сумма членов арифметической прогрессии

ФОРМУЛЫ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$$

ОБРАЗЕЦ

Заполнить таблицу

	n	a_1	a_n	d	S_n
1)	4	7	21	—	
2)	5	–2	—	3	

Решение:

1) $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$,

$S_4 = \frac{7+21}{2} \cdot 4 = 56$;

2) $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$,

$S_5 = \frac{2 \cdot (-2) + 3(5-1)}{2} \cdot 5 = 20$.

Ответ:

	n	a_1	a_n	d	S_n
1)	4	7	21	—	56
2)	5	–2	—	3	20

ЗАДАНИЯ

Заполнить таблицу

	n	a_1	a_n	d	S_n
1)	5	–2	6	—	
2)		7	21		2
3)	8		11	9	
4)	5	–2			3
5)		7	21		2
6)	4	2	11	—	
7)		4	–4		0
8)	5		–22	–10	
9)	4	0			24
10)		3	–13		–25
11)	5	3	–13	—	
12)		0	16		40
13)	4		18	10	
14)	4	4	–2		0
15)		2	11		26

Карточка № 17. Геометрическая прогрессия

ФОРМУЛЫ

$b_{n+1} = b_n q$;

$b_n = b_1 q^{n-1}$.

ОБРАЗЕЦ

Заполнить таблицу

	n	b_1	b_n	b_{n+1}	q
1)	5	–2			3
2)		7	56		2
3)	—	—	–18	9	

Решение:

1) $b_n = b_1 q^{n-1}$, $b_5 = -2 \cdot 3^4 = -162$;
$b_{n+1} = b_n q$, $b_6 = -162 \cdot 3 = -486$.

2) $b_n = b_1 q^{n-1}$, $56 = 7 \cdot 2^{n-1}$,
откуда $n = 4$,
$b_5 = 56 \cdot 2 = 112$.

3) $b_{n+1} = b_n q$, $9 = -18\,q$,
откуда $q = -0{,}5$.

Ответ:

	n	b_1	b_n	b_{n+1}	q
1)	5	–2	–162	–486	3
2)	4	7	56	112	2
3)	—	—	–18	9	–0,5

ЗАДАНИЯ

Заполнить таблицу

	n	b_1	b_n	b_{n+1}	q
1)	—	—	–2		1
2)	—	—	6	4	
3)	4	5			1
4)	7		–1		–2
5)	7			–1	–2
6)	—	—	8		3
7)	—	—	5	2	
8)	5	4			2
9)	6		17		–3
10)	4			9	10
11)	—	—	5		7
12)	—	—	3	3	
13)	4	8			–1
14)	5		10		3
15)	8			6	2

Карточка № 18. Сумма членов геометрической прогрессии

ФОРМУЛЫ

Если $q \neq 1$, то сумму первых n членов геометрической прогрессии можно найти по формуле:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}.$$

Если же $q = 1$, то $S_n = b_1 n$.

ОБРАЗЕЦ

Найти сумму первых четырёх членов геометрической прогрессии, у которой первый член равен 7, а четвёртый член равен – 56.

Решение:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1},$$

$$S_4 = \frac{7(q^4 - 1)}{q - 1}.$$

Найдём q:

$b_4 = -56$;

$b_1 q^3 = -56$;

$q^3 = -8$;

$q = -2$.

$$S_4 = \frac{7((-2)^4 - 1)}{-2 - 1} = -35.$$

ЗАДАНИЯ

Заполнить таблицу

	n	b_1	b_n	q	S_n
1)	4	1	–8	—	
2)		64	1	4	85
3)	5	2	—	3	
4)	4		0,1	0,1	
5)	10	7	7		
6)	5	16	1	—	
7)		1	16	0,25	21
8)	4	–1	—	–2	
9)	5		10	10	
10)	4	–2	–2		
11)	6	2	486		
12)		64	–1	4	51
13)	5	–2	—	–1	
14)	4		–8	–2	
15)	100	11	11		

Карточка № 19. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии

ПРАВИЛА

Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если $|q|<1$. У неё (при бесконечном увеличении числа членов) S_n стремится к числу S, называемому суммой прогрессии и вычисляемому по формуле:

$$S=\frac{b_1}{1-q}.$$

ОБРАЗЕЦ

Найти первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, знаменатель которой равен –0,1, а сумма S равна 6.

Решение:

$$S=\frac{b_1}{1-q},$$

$$6=\frac{b_1}{1+0{,}1},$$

$$b_1=6{,}6.$$

ЗАДАНИЯ

Заполнить таблицу

	b_1	q	S
1)	5	0,2	
2)	3		21
3)		0,5	11
4)	5	–0,2	
5)	–3		21
6)	8	0,01	
7)	4		16
8)		7	21
9)	4	–0,8	
10)	5		–7
11)	7	0,5	
12)	8		11
13)		3	3
14)	6	–0,7	
15)	–8		11

Карточка № 20 а. Основные соотношения между тригонометрическими функциями

ФОРМУЛЫ

(1) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$,

(2) $\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$, если $\cos x\neq 0$,

(3) $\frac{\cos x}{\sin x}=\operatorname{ctg} x$, если $\sin x\neq 0$,

(4) $\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} x=1$, если $\sin x\neq 0$ и $\cos x\neq 0$,

(5) $1+\operatorname{tg}^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$, если $\cos x\neq 0$,

(6) $1+\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$, если $\sin x\neq 0$.

ОБРАЗЦЫ

Заполнить:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	
$\cos x$		
$\operatorname{tg} x$		$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$		

Ответ:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{5}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{4}{5}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$	$\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$

Решение:

1) По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, а так как x лежит в I четверти, то $\cos x>0$, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; По формуле (2) $\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=$ $=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$; По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\sqrt{3}$.

2) По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\frac{4}{3}$; По формуле (6) $|\sin x|=\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 x}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{9}}}=\frac{3}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\sin x<0$, $\sin x=-\frac{3}{5}$; По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\cos x<0$, $\cos x=-\frac{4}{5}$.

3) Упростить выражение: $2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)$.

Решение: Используем формулу (1)

$2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)=2\cos^2 x-\cos^2 x=\cos^2 x$.

ЗАДАНИЯ

Заполнить:

	1)	2)	3)
x	Iч.	IIч.	IIIч.
$\sin x$		$\frac{3}{5}$	
$\cos x$	$\frac{1}{3}$		
$\operatorname{tg} x$			$\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} x$			

Упростить выражения:

4) $\frac{1}{\cos^2 x}-\operatorname{tg}^2 x$;

5) $\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}\cdot\cos^2 x$.

Карточка № 20 б. Основные соотношения между тригонометрическими функциями

ФОРМУЛЫ

(1) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$,

(2) $\dfrac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$, если $\cos x\neq 0$,

(3) $\dfrac{\cos x}{\sin x}=\operatorname{ctg} x$, если $\sin x\neq 0$,

(4) $\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} x=1$, если $\sin x\neq 0$ и $\cos x\neq 0$,

(5) $1+\operatorname{tg}^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$, если $\cos x\neq 0$,

(6) $1+\operatorname{ctg}^2 x=\dfrac{1}{\sin^2 x}$, если $\sin x\neq 0$.

ОБРАЗЦЫ

Заполнить:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	
$\cos x$		
$\operatorname{tg} x$		$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$		

Ответ:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{5}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{4}{5}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$	$\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$

Решение:

1) По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, а так как x лежит в I четверти, то $\cos x>0$, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; По формуле (2) $\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=$ $=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$; По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\sqrt{3}$.

2) По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\frac{4}{3}$; По формуле (6) $|\sin x|=\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 x}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{9}}}=\frac{3}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\sin x<0$, $\sin x=-\frac{3}{5}$; По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\cos x<0$, $\cos x=-\frac{4}{5}$.

3) **Упростить выражение:** $2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)$.

Решение: Используем формулу (1)

$2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)=2\cos^2 x-\cos^2 x=\cos^2 x$.

ЗАДАНИЯ

Заполнить:

	6)	7)	8)
x	IV ч.	I ч.	III ч.
$\sin x$			$-\frac{1}{2}$
$\cos x$		$\frac{2}{5}$	
$\operatorname{tg} x$	-1		
$\operatorname{ctg} x$			

Упростить выражения:

9) $\operatorname{ctg}^2 x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$;

10) $\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}\cdot\operatorname{ctg} x$.

Карточка № 20 в. Основные соотношения между тригонометрическими функциями

ФОРМУЛЫ

(1) $\sin^2 x+\cos^2 x=1$,

(2) $\frac{\sin x}{\cos x}=\operatorname{tg} x$, если $\cos x\neq 0$,

(3) $\frac{\cos x}{\sin x}=\operatorname{ctg} x$, если $\sin x\neq 0$,

(4) $\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} x=1$, если $\sin x\neq 0$ и $\cos x\neq 0$,

(5) $1+\operatorname{tg}^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$, если $\cos x\neq 0$,

(6) $1+\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{\sin^2 x}$, если $\sin x\neq 0$.

ОБРАЗЦЫ

Заполнить:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	
$\cos x$		
$\operatorname{tg} x$		$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$		

Ответ:

	1)	2)
x	I ч.	III ч.
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{5}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{4}{5}$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{3}{4}$
$\operatorname{ctg} x$	$\sqrt{3}$	$\frac{4}{3}$

Решение:

1) По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\sin^2 x}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, а так как x лежит в I четверти, то $\cos x>0$, $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; По формуле (2) $\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=$ $=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$; По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\sqrt{3}$.

2) По формуле (4) $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{\operatorname{tg} x}=\frac{4}{3}$; По формуле (6) $|\sin x|=\frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 x}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{9}}}=\frac{3}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\sin x<0$, $\sin x=-\frac{3}{5}$; По формуле (1) $|\cos x|=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$, а так как x лежит в III четверти, то $\cos x<0$, $\cos x=-\frac{4}{5}$.

3) Упростить выражение: $2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)$.

Решение: Используем формулу (1)

$2\cos^2 x-(1-\sin^2 x)=2\cos^2 x-\cos^2 x=\cos^2 x$.

ЗАДАНИЯ

Заполнить:

	11)	12)	13)
x	IVч.	Iч.	II ч.
$\sin x$			$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	$\frac{1}{4}$		
$\operatorname{tg} x$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
$\operatorname{ctg} x$			

Упростить выражения:

14) $\sin^2 x-1$;

15) $\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} x-\cos^2 x$.

Карточка № 21. Формулы приведения

ФОРМУЛЫ	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
Формулы приведения позволяют выразить тригонометрические функции углов $90°\pm x$, $180°\pm x$, $270°\pm x$, $360°\pm x$ через тригонометрические функции угла x. Для этого: 1) функция в правой части равенства берётся с тем же знаком, какой имеет исходная функция, если считать x углом первой четверти; 2) для углов $180°\pm x$ и $360°\pm x$ исходная функция сохраняется, а для углов $90°\pm x$ и $270°\pm x$ синус меняется с косинусом, а тангенс с котангенсом.	1. Выразить $\cos(270°+x)$ через тригонометрическую функцию от x. *Решение*: 1) Если x — угол I четверти, то $270°+x$ — угол IV четверти, в которой косинус положителен. В правой части поставим +. 2) Для $270°+x$ название функции меняется. В правой части пишем $\sin x$. *Ответ*: $\cos(270°+x)=\sin x$. 2. Выразить $\operatorname{ctg}(180°-x)$ через тригонометрическую функцию от x. *Решение*: 1) Если x — угол I четверти, то $180°-x$ — угол II четверти, в которой котангенс отрицательный. В правой части поставим −. 2) Для $180°-x$ название функции не меняется. В правой части пишем $\operatorname{ctg} x$. *Ответ*: $\operatorname{ctg}(180°-x)=-\operatorname{ctg} x$. 3. Найти значение $\sin 570°$. *Решение*: $570°=360°+210°=360°+180°+30°$, значит, $\sin 570°=\sin(360°+(180°+30°))=$ $=\sin(180°+30°)=-\sin 30°=-0{,}5$.	Выразить через тригонометрические функции угла x: 1) $\sin(90°+x)$; 2) $\cos(180°-x)$; 3) $\operatorname{tg}(270°+x)$; 4) $\operatorname{ctg}(360°-x)$. Вычислить: 5) $\cos 765°$. Выразить через тригонометрические функции угла x: 6) $\sin(180°+x)$; 7) $\cos(270°-x)$; 8) $\operatorname{tg}(180°+x)$; 9) $\operatorname{ctg}(90°-x)$. Вычислить: 10) $\operatorname{tg} 750°$. Выразить через тригонометрические функции угла x: 11) $\sin(270°+x)$; 12) $\cos(90°-x)$; 13) $\operatorname{tg}(90°+x)$; 14) $\operatorname{ctg}(90°+x)$. Вычислить: 15) $\operatorname{ctg} 1830°$.

Карточка № 22. Формулы сложения

ФОРМУЛЫ	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$, $\sin(x-y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$, $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$, $\cos(x-y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$, $\operatorname{tg}(x+y)=\dfrac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$, $\operatorname{tg}(x-y)=\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}y}{1+\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$.	**1) Преобразовать по формулам выражение $\cos(45°+x)$.** ***Решение:*** **Воспользуемся формулой косинуса суммы:** $\cos(45°+x)=\cos 45°\cos x-\sin 45°\sin x=$ $=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin x$. **2) Вычислить $\operatorname{tg}15°$.** ***Решение:*** **Так как $15°=45°-30°$, воспользуемся формулой тангенса разности:** $\operatorname{tg}15°=\operatorname{tg}(45°-30°)=\dfrac{\operatorname{tg}45°-\operatorname{tg}30°}{1+\operatorname{tg}45°\operatorname{tg}30°}=$ $=\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1+1\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}$.	**Преобразовать по формулам сложения:** **1)** $\sin(x+30°)$; **2)** $\operatorname{tg}(60°-x)$. **Вычислить:** **3)** $\sin 75°$; **4)** $\cos 105°$; **5)** $\operatorname{tg}150°$. **Преобразовать по формулам сложения:** **6)** $\sin(x-45°)$; **7)** $\operatorname{tg}(30°+x)$. **Вычислить:** **8)** $\sin 150°$; **9)** $\cos 75°$; **10)** $\operatorname{tg}105°$. **Преобразовать по формулам сложения:** **11)** $\sin(60°+x)$; **12)** $\operatorname{tg}(x-45°)$. **Вычислить:** **13)** $\sin 105°$; **14)** $\cos 150°$; **15)** $\operatorname{tg}75°$.

Карточка № 23. Формулы двойного угла

ФОРМУЛЫ	ОБРАЗЦЫ	ЗАДАНИЯ
$\sin 2x = 2\sin x\cos x$, $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, $\operatorname{tg} 2x = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$, если: $\cos x \neq 0$, $\cos 2x \neq 0$.	**1. Найти $\sin 2x$, если $\cos x = \dfrac{5}{13}$,** x — угол IV четверти. *Решение*: $\sin 2x = 2\sin x\cos x$, так что сначала нужно найти $\sin x$, $\lvert\sin x\rvert = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{1-\dfrac{25}{169}} = \dfrac{12}{13}$; а так как x — угол IV четверти, то $\sin x < 0$, откуда $\sin x = -\dfrac{12}{13}$. Теперь находим $\sin 2x$: $\sin 2x = 2\sin x\cos x = -\dfrac{120}{169}$. **2. Найти $\operatorname{tg} 2x$, если $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.** *Решение*: Воспользуемся формулой тангенса двойного угла: $\operatorname{tg} 2x = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x} = \dfrac{2\sqrt{3}}{1-3} = -\sqrt{3}$. **3. Вычислить $2\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8}$.** *Решение*: Воспользуемся формулой синуса двойного угла, читая её справа налево: $2\sin\dfrac{\pi}{8}\cos\dfrac{\pi}{8} = \sin 2\cdot\dfrac{\pi}{8} = \sin\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.	**Вычислить, пользуясь формулами двойного угла:** 1) $\sin 2x$, если $\sin x = \dfrac{1}{3}$, x — угол II четверти; 2) $\cos 2x$, если $\cos x = -\dfrac{1}{3}$; 3) $\operatorname{tg} 2x$, если $\operatorname{tg} x = 2$; 4) $2\sin\dfrac{\pi}{12}\cos\dfrac{\pi}{12}$; 5) $\sin 120°$; 6) $\sin 2x$, если $\cos x = \dfrac{1}{6}$, x — угол I четверти; 7) $\cos 2x$, если $\sin x = -\dfrac{2}{7}$; 8) $\operatorname{tg} 2x$, если $\operatorname{tg} x = 3$; 9) $2\sin 45°\cos 45°$; 10) $\cos 120°$; 11) $\sin 2x$, если $\sin x = -\dfrac{2}{5}$, x — угол III четверти; 12) $\cos 2x$, если $\cos x = 0{,}3$; 13) $\operatorname{tg} 2x$, если $\operatorname{tg} x = -2$; 14) $2\sin\dfrac{\pi}{6}\cos\dfrac{\pi}{6}$; 15) $\operatorname{tg} 120°$.

Карточка № 24. Преобразование сумм в произведения

ФОРМУЛЫ

$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2},$$

$$\sin x-\sin y=2\sin\frac{x-y}{2}\cdot\cos\frac{x+y}{2},$$

$$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2},$$

$$\cos x-\cos y=2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{y-x}{2},$$

$$\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x+y)}{\cos x\cdot\cos y},$$

$$\operatorname{tg}x-\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y}.$$

ОБРАЗЦЫ

1) Разложить на множители выражение $\sin 5x+\sin 2x$.

Решение:

По формуле суммы синусов

$$\sin 5x+\sin 2x=$$

$$=2\sin 3{,}5x\cdot\sin 1{,}5x.$$

2) Преобразовать в произведение $\operatorname{tg}2y-\operatorname{tg}y$.

Решение:

По формуле разности тангенсов

$$\operatorname{tg}2y-\operatorname{tg}y=\frac{\sin y}{\cos 2y\cdot\cos y}.$$

3) Вычислить $\cos 75°-\cos 15°$.

Решение:

По формуле разности косинусов

$$\cos 75°-\cos 15°=$$

$$=2\sin 45°\cdot\sin(-30°)=-\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ЗАДАНИЯ

Преобразовать по формуле:

1) $\sin 40°+\sin 60°$;

2) $\operatorname{tg}3x+\operatorname{tg}x$.

Вычислить:

3) $\sin\frac{5\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{8}$; **4)** $\cos\frac{\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}$;

5) $\cos\frac{3\pi}{8}+\cos\frac{\pi}{8}$.

Преобразовать по формуле:

6) $\sin 2y-\sin 5y$;

7) $\operatorname{tg}(-3x)+\operatorname{tg}2x$.

Вычислить:

8) $\sin 75°+\sin 15°$; **9)** $\cos\frac{\pi}{8}-\cos\frac{3\pi}{8}$;

10) $\cos\frac{5\pi}{8}+\cos\frac{3\pi}{8}$.

Преобразовать по формуле:

11) $\cos 3x-\cos 5x$;

12) $\operatorname{tg}40°-\operatorname{tg}50°$.

Вычислить:

13) $\sin\frac{5\pi}{8}-\sin\frac{\pi}{8}$; **14)** $\cos\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}$;

15) $\sin\frac{5\pi}{8}+\sin\frac{3\pi}{8}$.

МАТЕМАТИКА

ISBN 5-89237-036-4